



MATEMÁTICA - 3º CICLO



FICHA

3



Números e Operações

Números Reais - Dízimas Finitas e Infinitas

Nome: _____ N.º: _____ Ano: ____ Turma: ____

Data: ___ / ___ / 20__

Um número diz-se **racional** quando pode ser representado por uma **fração entre dois números inteiros**: $\frac{m}{n}$, com m e n números inteiros e $n \neq 0$.

Por exemplo: $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{8}$; $0,7 = \frac{7}{10}$; $5 = \frac{5}{1}$ são números racionais.

Neste conjunto dos números racionais, \mathbb{Q} , existem:

- ✓ Os números representados por **dízimas finitas**:

$$\frac{5}{8} = 0,625$$

$$0,7 = \frac{7}{10}$$

$$5 = 5,0$$

- ✓ Os números representados por **dízimas infinitas periódicas**:

$$\frac{1}{3} = 0,33333 \dots = 0,(3) \text{ (período 3)}$$

$$\frac{4}{7} = 0,5714285714 \dots = 0,(571428) \text{ (período 571428)}$$

Reciprocamente, **toda a dízima finita ou infinita periódica representa um número racional.**

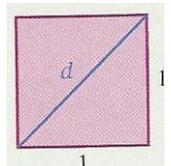


Exercícios:

1. Copia e completa a tabela marcando um ✓ quando o número pertence ao respetivo conjunto:

	8	0	-3	$-\frac{1}{4}$	7,21	$\sqrt{4}$	36,(4)	$\frac{12}{4}$	0,5(23)
\mathbb{N}	✓	?	?	?	?	?	?	?	?
\mathbb{Z}	?	✓	?	?	?	?	?	?	?
\mathbb{Q}	?	?	?	?	?	?	?	?	?

2. Sabendo que, qualquer número racional pode ser representado por uma fração. Representa por uma fração os números racionais seguintes: - 6; 0,3 e 7,25.
3. Sabendo que um número racional pode ser representado por uma dízima finita ou infinita periódica, reduz a dízima os números racionais seguintes: $\frac{2}{5}$; $\frac{257}{40}$; 9; $\frac{2}{3}$; $\frac{124}{45}$; $\frac{19}{11}$
4. Classifica as dízimas que obtiveste no exercício anterior e indica o período para cada uma das dízimas infinitas periódicas.
5. Considera o quadrado ao lado. Se a medida do lado é a unidade, quanto mede a diagonal?
O número que obtiveste pertencerá a algum conjunto já teu conhecido?



Números, como $\sqrt{2}$ e π que não são dízimas finitas nem infinitas periódicas, logo não são números racionais. Dizem-se **números irracionais**.

Um número que não seja racional diz-se irracional.

Ao observarem-se estes números irracionais, pode-se concluir que

$$\sqrt{2} = 1,414213562373095048801688 \dots$$

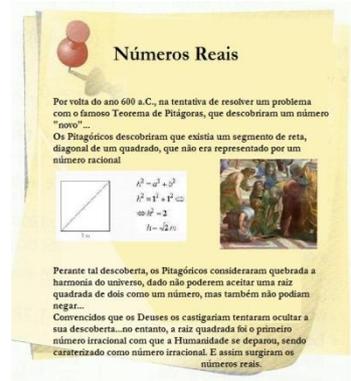
$$\pi = 3,141592653589793238462643 \dots$$

Os **números irracionais** podem representar-se na forma de **dízimas infinitas não periódicas**.

Os **números racionais** e os **números irracionais** formam o **conjunto dos números reais**, que simbolicamente, se designa por \mathbb{R} :

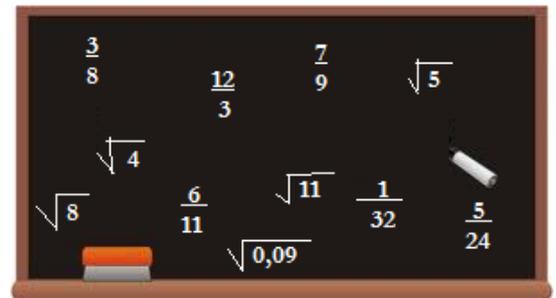
$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{\text{números irracionais}\}$$

Resumindo:

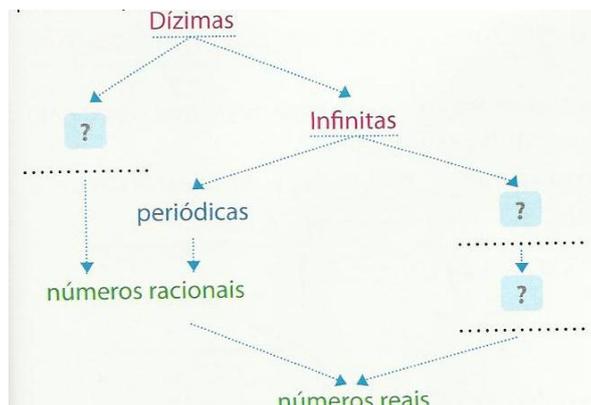


Exercícios:

6. O Diogo entrou numa sala onde estavam inscritos números no quadro.
 - 6.1. Indica os números que podem ser representados:
 - a) Por uma dízima finita.
 - b) Por uma dízima infinita periódica e indica o período.
 - 6.2. Três dos números escritos no quadro representam-se por uma dízima infinita não periódica. Quais são? Como designas os números identificados.



7. Organiza os teus conhecimentos:
Copia e completa:



8. Considera o conjunto $A = \left\{ -\frac{17}{3}; -\sqrt{27}; \sqrt{81}; \sqrt[3]{4}; \sqrt{\frac{25}{4}}; -\sqrt[3]{27}; \frac{50}{13}; -\sqrt{\frac{1}{6}} \right\}$.

8.1. Selecciona os números do conjunto A que podem ser representados por:

- a) Dízimas finitas;
- b) Dízimas infinitas periódicas;
- c) Dízimas infinitas não periódicas.

8.2. Selecciona os números do conjunto A que são:

- a) Naturais
- b) Inteiros
- c) Racionais
- d) Irracionais
- e) Reais.

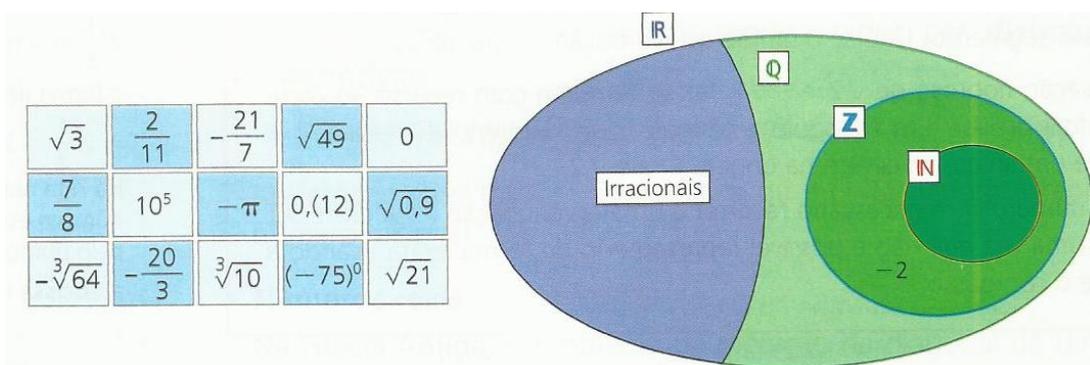
9. Dos números reais seguintes, indica os que são racionais e os que são irracionais:

6,8(21) ; -7,04 ; 25,6
25,(6) ; 9,32322322232222...

10. Copia e completa a tabela, marcando com ✓ quando o número pertence ao respetivo conjunto:

	IN	Z	Q	IR
$-\frac{5}{3}$?	?	✓	✓
$\sqrt{9}$?	?	?	?
$\sqrt{5}$?	?	?	?
0	?	?	?	?
$\frac{20}{10}$?	?	?	?
-1,7	?	?	?	?
43,(6)	?	?	?	?
$\sqrt[3]{6}$?	?	?	?

11. Reproduz o diagrama apresentado em baixo à direita e coloca cada um dos números reais da tabela no seu respetivo conjunto. Por exemplo, o número -2 é um número inteiro (e, por isso, é também um número racional), mas não é um número natural.



12. Em cada caso, diz se é verdadeiro ou falso. Explica a tua resposta nos casos em que é falso.

- A. $18 \in \mathbb{Q}$ C. $-6 \in \mathbb{R}^+$ E. $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$
 B. $-\sqrt{25} \in \mathbb{N}$ D. $-\sqrt{2} \in \mathbb{R}_0^-$ F. $\{\sqrt{7}; \sqrt{8}; \sqrt{9}\} \subset \{\text{números irracionais}\}$

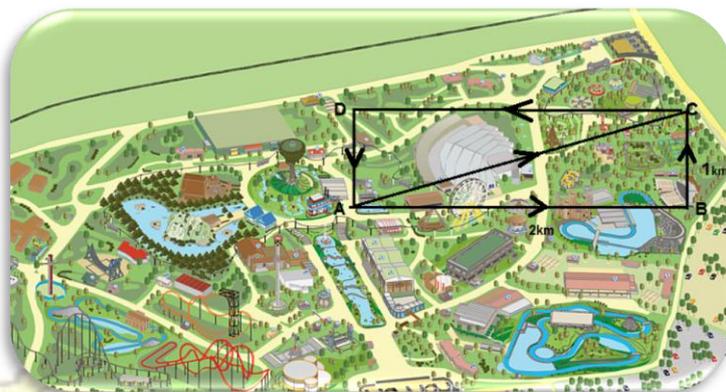
13. No Domingo passado, a Inês decidiu fazer uma caminhada no parque cujo trajeto está representado no retângulo da figura seguinte.

Partiu do ponto A e chegou ao C, onde o seu pai a esperava, seguindo o caminho:

A -> B -> C -> D -> A -> C

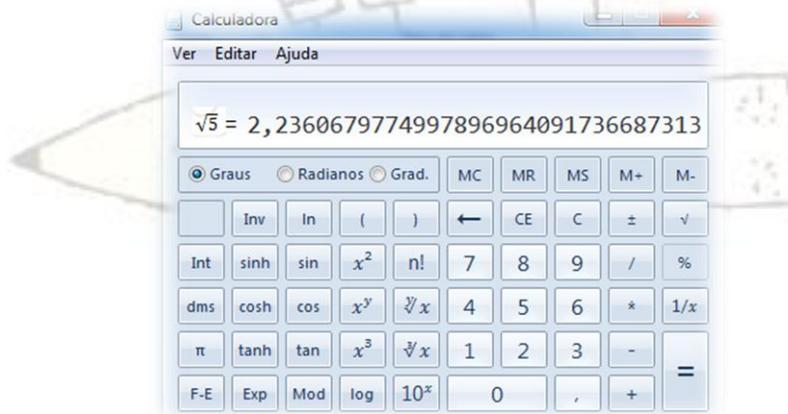
Observando os dados da figura, calcula:

- O valor exato, em km, da distância \overline{AC}
- Um valor aproximado, às milésimas, da distância \overline{AC}
- Um valor exato e outro aproximado, da distância total percorrida pela Inês.



No exercício anterior certamente obtiveste o número $\sqrt{5}$ que representa a distância, em quilómetros, do ponto A ao ponto C.

$\sqrt{5}$ é o **número exato** da distância, em quilómetros, de A a C. No entanto, na resolução de problemas do dia a dia, o que se utiliza é um valor aproximado. Ao usarmos a calculadora vemos que:



Pode-se então, escrever um valor aproximado de $\sqrt{5}$ com uma casa decimal

$$\sqrt{5} = 2,236067977499 \approx 2,2$$

Facilmente se conclui que $\sqrt{5}$ está entre 2,2 e 2,3; é maior do que 2,2 e menor do que 2,3.

Simbolicamente: $2,2 < \sqrt{5} < 2,3 \leftarrow$ **enquadramento de $\sqrt{5}$ às décimas.**

2,2 é o valor aproximado de $\sqrt{5}$ por defeito com erro inferior a uma décima ou, abreviadamente, **valor aproximado por defeito a menos de 0,1**

2,3 é o valor aproximado de $\sqrt{5}$ por excesso a menos de 0,1.

Pode-se pensar em outros enquadramentos, como por exemplo:

- Enquadramento às unidades:

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

- Enquadramento às milésimas:

$$2,236 < \sqrt{5} < 2,237$$



Exercícios:

14. Sem utilizares calculadora, indica o(s) número(s) inteiro(s) n que verificam a condição: $\sqrt{5} < n < \sqrt{40}$

15. Copia e completa os quadros:

a)

Valor aproximado de $\sqrt{41}$		Erro inferior a
Por defeito	Por excesso	
		1 (uma unidade)
		0,1 (décima)
		0,01 (centésima)
		0,001 (milésima)

b)

Valor exato	Valores aproximados às centésimas		
	Por defeito	Por excesso	Por arredondamento
$\sqrt{48}$			
$\sqrt{120}$			
$\sqrt{640}$			