



MATEMÁTICA - 3º CICLO



FICHA

16



Geometria

Polígono regular inscrito numa circunferência

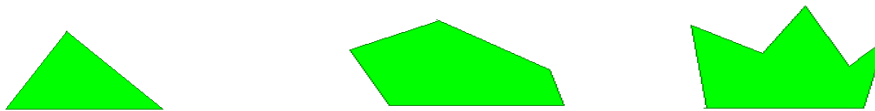
Nome: _____ N.º: _____ Ano: ____ Turma: ____

Data: ____ / ____ / 20__

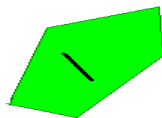
POLÍGONOS = POLI (muitos) + GONOS (ângulos)

Polígono é uma figura plana limitada por segmentos de reta (linha poligonal), chamados de lados dos polígonos, onde cada segmento de reta intersesta exatamente dois outros extremos.

Exemplos:

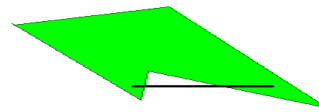


Observa os Polígonos:



Polígono Convexo

(se unires dois quaisquer dos seus pontos o segmento de recta obtido está sempre contido no polígono)



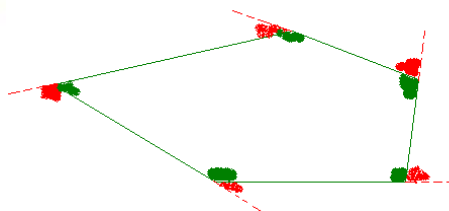
Polígono Côncavo

(existem sempre, pelo menos, dois dos seus pontos que unidos, formam um segmento de recta que não está contido no polígono)

Nota: Um círculo não é um polígono, pois não é uma figura limitada por segmentos de reta.

A partir de agora quando falamos em **polígono** estamos a referirmo-nos a **polígonos convexos**

Em qualquer polígono podes sempre considerar os **ângulos Internos** e os **ângulos externos**.



Nota: A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° e a de um quadrilátero é 360°


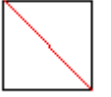
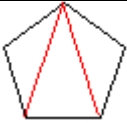
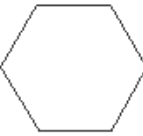
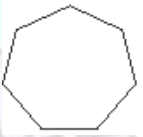
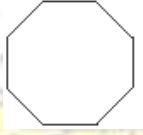

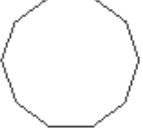


Exercícios:

1. Soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo

Diagonal de um polígono é qualquer segmento de reta cujos extremos são vértices não consecutivos do polígono.

a) Completa a seguinte tabela:

Polígono	N.º de lados	N.º de diagonais traçadas a partir de um vértice	N.º de triângulos formados	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3	 0	1	180°
Quadrilátero		 1	2	360°
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono				
Octógono				
Eneágono				
Decágono				
...
Polígono com 13 lados				
...
Polígono com n lados				

b) De que depende a soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo?

- c) Escreve uma fórmula que dê a soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono de n lados.

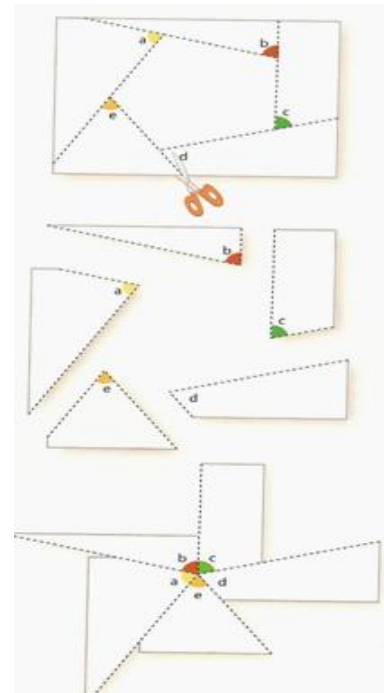
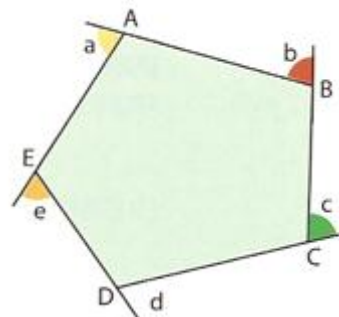
Um **polígono diz-se regular** se tem todos os lados com o mesmo comprimento e todos os ângulos com a mesma amplitude

- d) Por definição de polígono regular, os seus ângulos têm a mesma amplitude, pelo que podes determinar a amplitude de cada um dos seus ângulos internos. Escreve a fórmula que permita determinar a amplitude de cada ângulo interno de um **polígono regular de n lados**.

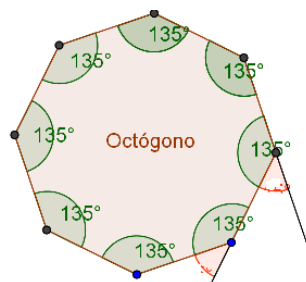
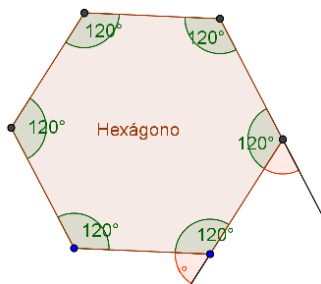
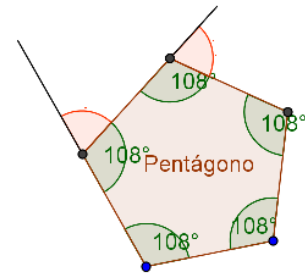
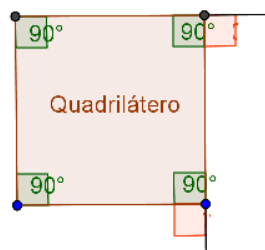
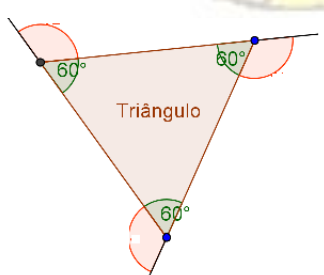
Sugestão: Utiliza a tabela acima para calculares a amplitude de cada interno de um triângulo equilátero, quadrado e restantes polígonos regulares.

2. Soma das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo

Considera o polígono [ABCDE] e os seus ângulos externos a, b, c, d e e .



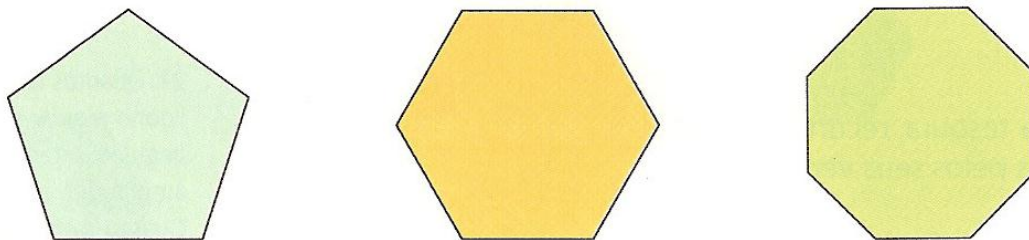
- 2.1. Numa folha de papel, desenha o polígono e os seus ângulos externos.
- 2.2. Com uma tesoura, recorta cada um dos ângulos externos, como sugere a figura ao lado.
- 2.3. Junta os ângulos externos pelos seus vértices.
- 2.4. A que é igual a **soma das amplitudes dos ângulos externos** deste polígono?
- 2.5. Numa folha de papel, desenha as figuras seguintes e repete os passos das alíneas a), b) e c) para outros polígonos. Que conclusis?



3. No caso de um polígono regular de n lados, a que é igual a **amplitude de cada um dos seus ângulos externos**?

4. Polígonos regulares inscritos numa circunferência

- 4.1. Desenha um triângulo equilátero qualquer.
Usando régua e compasso, traça a circunferência circunscrita ao triângulo desenhado.
- 4.2. Considera os polígonos regulares:



Um polígono diz-se regular se em todos

Para cada um, traça as **mediatrizes de dois lados** e observa que se encontram num ponto P interior ao polígono.

Com um **compasso**, traça a **circunferência** de centro em P e que passa por im dos vértices do polígono.

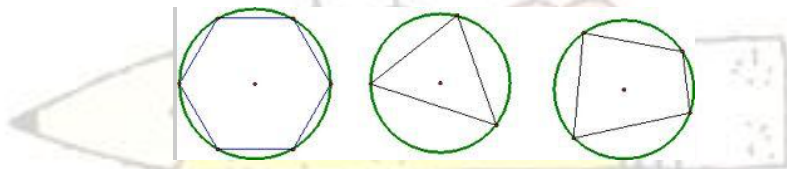
Que observas?

- 4.3. Tendo por base a circunferência desenhada, determina a amplitude:
- Do ângulo ao centro correspondente à corda definida por cada lado dos polígonos regulares apresentados.
 - De cada ângulo interno e de cada ângulo externo do polígono regular.

(retirado do manual *Matematicamente Falando – 9ºano*, Areal Editores)

Um **polígono** diz-se **inscrito** numa circunferência se esta contém todos os seus vértices.

A **circunferência** diz-se **circunscrita ao polígono** (o seu centro é o ponto de intersecção das mediatrizes do polígono).



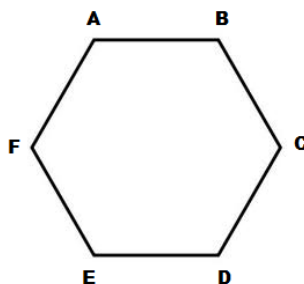
Podem inscrever-se numa circunferência, por exemplo:

- Todos os triângulos
- Os polígonos regulares com qualquer número de lados.



Exercícios:

5. Inscreve o hexágono regular [ABCDEF] numa circunferência de centro O e raio à tua escolha.



Justifica que:

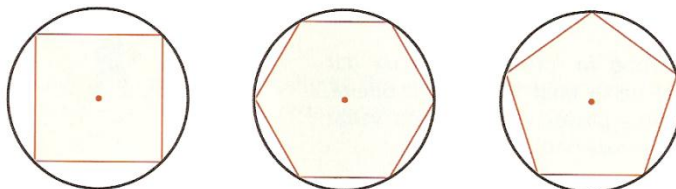
5.1. $\overline{OA} = \overline{OB}$

5.2. $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 60^\circ$

5.3. O $\Delta[OAB]$ é equilátero.

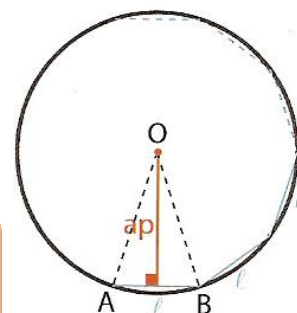
5.4. O que concluis quanto ao lado de um hexágono regular inscrito numa circunferência?

6. Considera os seguintes polígonos regulares inscritos em circunferências:



- 6.1. Decompõe cada polígono em triângulos com um vértice no centro da circunferência.
6.2. Como classificas, quanto aos ângulos e quanto aos lados, os triângulos em que cada polígono foi decomposto?
6.3. Em cada um dos polígonos regulares, os triângulos são geometricamente iguais?
6.4. Designando por ℓ o lado de cada polígono, qual é o seu perímetro?

Apótema de um polígono regular (ap) é o segmento de reta que une o centro da circunferência que o circunscreve, perpendicularmente, ao ponto médio do lado do polígono.



- 6.5. Designando por ap , o apótema de cada um dos polígonos, determina a área de cada um dos triângulos em que esses polígonos foram decompostos. Que concluis?

A área de um polígono regular qualquer é:

$$A = \frac{P}{2} \times ap$$

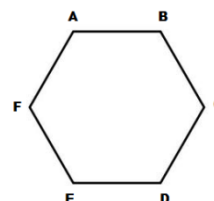
com P = perímetro de um polígono

ap = apótema do polígono

7. [ABCDEF] é um hexágono regular cujo lado mede 6cm. Calcula:

7.1. O apótema do hexágono;

7.2. A sua área.



8. [ABC] é um triângulo equilátero de 8cm de lado. Calcula a sua área e o seu apótema (utiliza v.a.com uma casa decimal)